

砂丘の動力学

広島大学・理・数理分子生命理学専攻 西森拓

【はじめに】

砂丘の動力学がソフトマター物理学とどれだけ接点を持ちうるのか筆者の知識では不明である。ただし、粉体の運動が主役になるという視点、砂表面とその上に横たわる乱流境界層に関する移動境界問題、および、境界付近での混相流という見方から複雑流体というキーワードを通してソフトマター物理学と関連があるかも知れない。

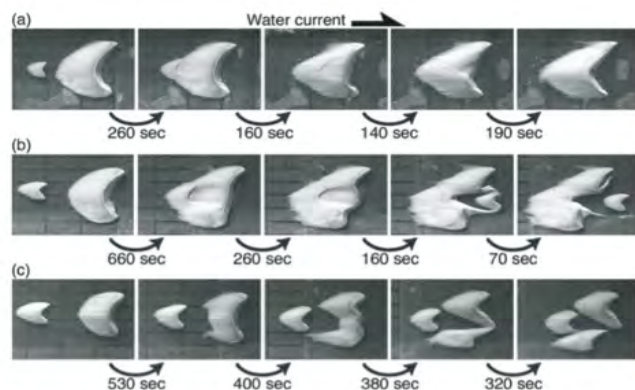
今回の発表では、この10年の間に砂丘や風紋の動力学が非線形物理学の研究者の間でどのように研究対象として普及してきたか、特に「バルハン」と呼ばれる典型的な形状の砂丘のパターン動力学を例に、いくつかの代表的研究、今ホットな話題、残されている重要な問題も紹介していく。また、最近著者が勝木や遠藤と共同して行ってきた砂丘衝突の水槽内縮小実験とセル模型によるシミュレーションの対応を考察し、さらに、勝木・坂元らと開発し、かつ改良の途上にある、バルハン衝突の常微分方程式模型(ABCD 方程式)を紹介し、観測、実験と理論研究が非常に簡単な数理模型を介して融合しうる可能性を論じる。

【砂丘運動の数理模型】

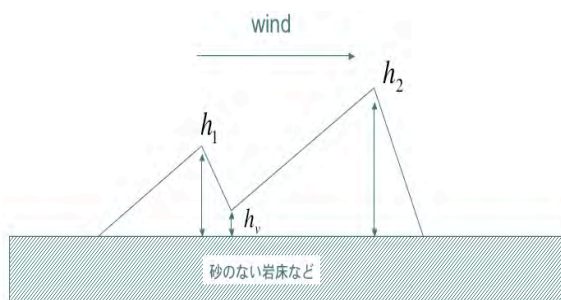
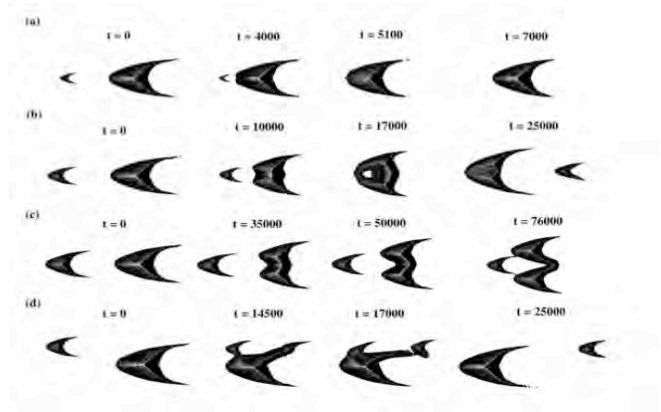
砂丘の動力学は大きく分けて、個々のダイナミクスと複数の砂丘の相互作用をともなったダイナミクスに分かれる。個々の砂丘についてはバルハンを中心に、Bagnoldの一連の研究[1]以来70年近くをかけて主に観測事実が蓄積してきた。これにより、孤立砂丘の形状、運動の性質や形成条件を特定されてきた。一方1970年代より計算機を使用して理論面から砂丘の動力学を再現する試みが行われるようになった。そのひとつは流体計算を直接行い砂丘表面での剪断応力 v^* を算出することと砂の局所移動式 $q(v^*)$ を組み合わせることで、保存の式から砂丘の時間変化を得る方法である。ただし、これは膨大な計算量や特殊なアルゴリズムなどが必要であり実際の砂丘を安定的に作り出すことはいまだ完全には成功していない。次の段階として平坦地面上の境界層乱流の理論をもとに、緩やかな起伏地形による摂動の影響を計算し、解析的に剪断応力 v^* を算出する手法が考え出され、先の例と同じく $q(v^*)$ を計算する方法が現在の孤立砂丘の形状形成模型の基本形の1つとなりつつある。

しかしながら、上の摂動模型は傾斜がゆるやかで、かつ、孤立した砂丘上でのみ適用が保証されており、実際の砂丘形成では、上の手法が適用できない因子が絡んでくる。その例として、

1. 砂丘同士の接触，合体，組替え。
 2. 砂丘と植生の相互作用
- などが最近注目されている。



本発表では、まず砂丘同士の合体組み替えの実験(上図)[2]とそれに対応するセル模型(中図)[2,3]を比較し、砂丘の衝突問題を概観する。とくに初期条件に依存して衝突した砂丘が合体・貫通・分裂を行うのは興味深い。ただし、セル模型は衝突の縮小実験を定性的にはよく再現しているが、解析的に扱うことが困難である。そこで、砂丘のダイナミクスをその幾何学的性質を最大限に利用しつつ大幅に単純化した以下の ABCD 方程式=ABCDE(下図右)[3,4]が導出された。



$$\begin{aligned} \frac{dh_1}{dt} &= \frac{q(h_1)A}{\rho} \left(\frac{1}{h_1 - h_v} - \frac{1}{h_1} \right) \\ \frac{dh_2}{dt} &= \frac{q(h_2)A}{\rho} \left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_2 - h_v} \right) \\ \frac{dh_v}{dt} &= \frac{q(h_1)A}{\rho} \frac{1}{h_1 - h_v} - \frac{q(h_2)A}{\rho} \frac{1}{h_2 - h_v} \end{aligned}$$

ABCDE(Aeolian/Aqueous Barchans Collision Dynamical Equation)は砂丘の風方向断面の時間発展を表し、各変数(左図)は風上側砂丘の尾根の高さ、風下側砂丘の尾根の高さ、谷の高さを表す。砂丘の下は固い層に覆われている。また $q(h)$ は高さ h の尾根を一定時間に越える砂の量である。さらに A は孤立砂丘の間で共通の幾何学因子(高さ/底辺)である。

発表では ABCDE を導出し、ABCDE が一定の付加ルールとの併用で先の衝突実験やセル模型の時間発展を定性的に再現していることを説明し、さらにその数理的側面も考えるなかで砂丘衝突の本質を考える。同時に ABCDE の欠点を説明し、改良の可能性について議論していく。

【参考文献】

- (1) R.A.Bagnold, *The Physics of Blown Sand and Desert Dunes*, Mathuen, London, (1941).
- (2) N.Endo, K.Taniguchi and A.Katsuki, *Geophys.Res.Lett.* **331**, L12503(2004)
- (3) A.Katsuki, H.Nishimori, N.Endo and K.Taniguchi, *J.Phys.Soc.Jpn.* **74**, 538(2005)
- (4) 坂元宏海, バルハン砂丘の衝突に関する理論的研究, 広島大学理学部数学科卒業論文(2007)