液晶光バルブにおける自己組織化パターンのダイナミクス

大分大学工学部・教授　長屋　智之
岡山大学大学院自然科学研究科・教授　奈良　重俊

液晶光バルブに光フィードバックを課すと，液晶分子の傾き角に双安定性が生じて自己組織化パターンが出現する。静的な花弁状パターンが不安定化して時空カオスへと至る過程を，Kahrunen-Loéve 展開を用いて解析した結果を報告する。

１．　はじめに

回転光フィードバック下で液晶光バルブ(LCLV)に電圧を印加すると，ある電圧領域で花弁状パターンが出現する [1]。電圧を増加させていくと，Fig.1 に示すように，ある電圧で花弁が揺らぎ始め，時空カオス状態になる。さらに電圧を増加させると完全な乱流状態になり，その後再び均一な配向状態に戻る。これまでの研究では，静的な花弁状パターンが不安定化し，時空カオスに発展する過程において，パワースペクトル，時間相関関数，波数分解時間相関関数の変化を報告してきた。今回の発表では，これまでの研究の経緯を紹介し，時空ゆらぎが発達する過程を，Kahrunen-Loéve（カルーネン・ルーベ）展開を用いて解析した結果を報告する。

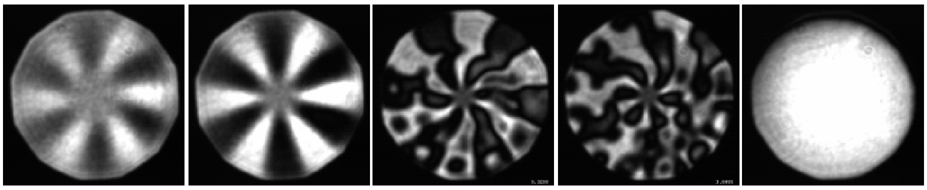

Fig.1　30°　回転の場合の花弁状パターン　左から順に 1.9V, 1.95V, 2.07V, 2.12V, 2.25V

２．　実験系

光学実験系を図２に示す。直線偏光の He-Ne レーザーをコリメートし，LCLV の Read 側に入射する。液晶のディレクターは，偏光面に対して 45°をなしており，液晶の光学異方性により，Read 側から出てくる光は楕円偏光になっている。偏光ビームスプリッター(PBS)で楕円偏光の垂直方向成分の光を 90°反射させて，レンズを介して光ファイバー束に入射する。このとき，Read 側での位相変調は，PBS により強度変調に変換される。光ファイバー束に入射した光は，LCLV の Write 側にフィードバックする。このフィードバック光の一部を TV カメラでモニターする。

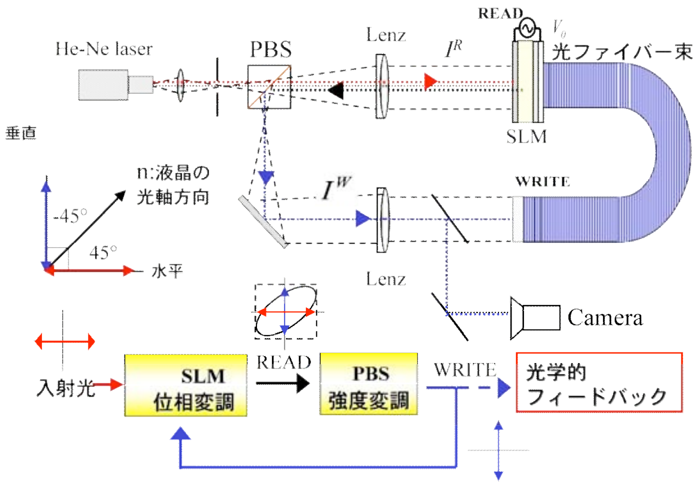

Fig.2 光学実験系

３．　Kahrunen-Loeve 展開による時空揺らぎの解析

Kahrunen-Loéve 展開は統計学における主成分分析法と同等の解析法であり，情報の分野では画像圧縮の手法として用いられている。この手法では，一つの画像を互いに相関のない画像の組に展開し，個々の成分の画像の強さを計算する。強い成分の画像を用いて元の画像を近似的に再現できる。個々の成分の強度分布から，画像の複雑さを特徴付けることが可能になることから，時空カオスパターンの解析にも応用されるようになった [2]。そこで，この手法を用いて，LCLV の自己組織化パターンの揺らぎの特徴を解析してみる。

まず，観測画像を極座標で表し，半径 r での時空画像:$I_r(\theta,t)$を得る。$\Delta\theta$, Δt 間隔で離散化した場合，画素を添え字 x,y の行列要素で表すと，時空画像は以下の式で表すことができる。

$$I_r(\theta,t) = I_r(x\Delta\theta, y\Delta t) = I_{x,y} = \sum_{n=1}^{N} \mu_n u_{n,x} v_{n,y} \qquad (x = 1,\cdots M, y = 1,\cdots N)$$

$$\mathbf{u}_n = (u_{n,1}\cdots u_{n,M}), \mathbf{v}_n = (v_{n,1}\cdots v_{n,N}), \quad \mathbf{u}_i \bullet \mathbf{u}_j = \delta_{i,j}, \mathbf{v}_i \bullet \mathbf{v}_j = \delta_{i,j}$$

ここで，$u_{n,x}$, $v_{n,y}$ は直交関数系 $\mathbf{u}$,$\mathbf{v}$ の要素，μ_n は画像を関数展開したときの係数である。次に，行列 I とその転置行列 I^t の積で共相関行列 $K=I^t I$ を定義する。K, I, $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ は以下の関係を持つ。

$$K_{p.q} = \sum_{n=1}^{N} \mu_n v_{n,p} v_{n,q}\ , \quad K\mathbf{v}_n^{\mathrm{t}} = \mu_n^2 \mathbf{v}_n^{\mathrm{t}}, \quad I\mathbf{v}_n^{\mathrm{t}} = \mu_n \mathbf{u}_n^{\mathrm{t}}$$

μ_n^2 $(=\lambda_n)$ は固有値，$\mathbf{v}^{\mathrm{t}}_n$ は固有ベクトルである。この固有値λ_n の添え字 n に対する分布を調べることによって，時空画像の乱れの程度を定量化することができる。

３．　結果

半径 r=3.5mm における固有値分布の電圧依存性を Fig.3 に示す。電圧が低いと揺らぎが少なく，固有値の分布は添え字が小さい位置に集中する。電圧が増加して静的パターンが不安定化すると，揺らぎが増大して固有値の分布は n の大きな値まで広がっていく。相対的な固有値 $W_n = \lambda_n / \sum_{k=1}^{N} \lambda_k$ と定義し，一番目の固有値の電圧変化を Fig.4 に示す。2.0V 付近で急激に値が小さくなるところでは，パターンの揺らぎが著しく増大していることがわかる。

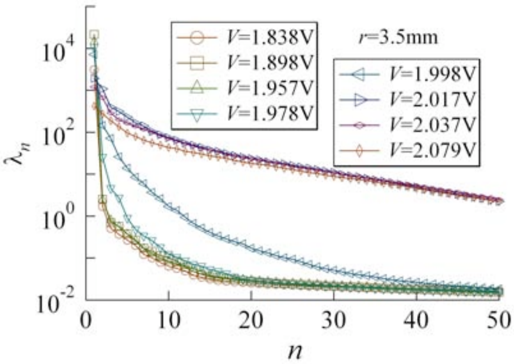

Fig.3 固有値分布

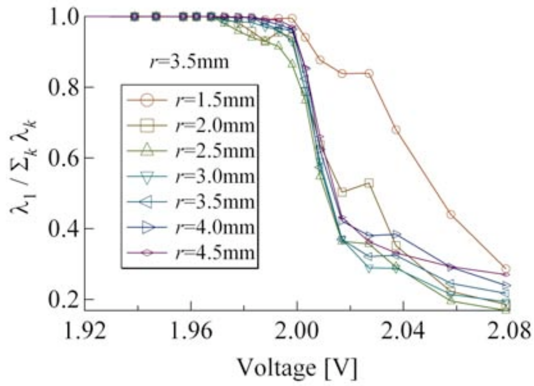

Fig.4 第 1 相対固有値の電圧変化

＜参考文献＞

(1) T. Nagaya, T. Yamamoto, T. Asahara, S. Nara and S. Residori, J. Opt. Soc. Am. B, **25** (2008) 74-82.

(2) L. Pastur, U. Bortolozzo, and P. L. Ramazza, Phys. Rev. E **69**, (2004) 016210-1-6.